SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe



ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO



ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Inecuación polinomial I

Docente: Segundo Heli Chiroque Reyes

academiacesarvallejo.edu.pe

INECUACIÓN LINEAL

Su forma general es:

$$ax + b \gtrless 0 \quad ; \quad a \neq 0$$

Resolución

Consideremos: $ax + b > 0$

Sumamos: $-b$ $\quad ax > -b$

Si: $a > 0 \longrightarrow x > -\frac{b}{a}$

$$\longrightarrow CS = \left\langle -\frac{b}{a}; +\infty \right\rangle$$

Si: $a < 0 \longrightarrow x < -\frac{b}{a}$

$$\longrightarrow CS = \left\langle -\infty; -\frac{b}{a} \right\rangle$$

Aplicación

Luego de resolver la inecuación $mx + 1 \geq 3x + n$ en variable x, se obtiene $CS = \mathbb{R}$. Halle la variación de mn.

A) $\langle -\infty; 1\rangle$ B) $\langle 2; +\infty\rangle$ C) $\langle -\infty; 3\rangle$
D) $\langle -\infty; 2\rangle$ E) $\langle 4; +\infty\rangle$

Resolución:

MÉTODO DE LOS PUNTOS CRÍTICOS (P.C.)

Ejemplo

Resuelva la inecuación

$$\underbrace{(x-2)(x+3)(x+1)}_{P(x)} \leq 0$$

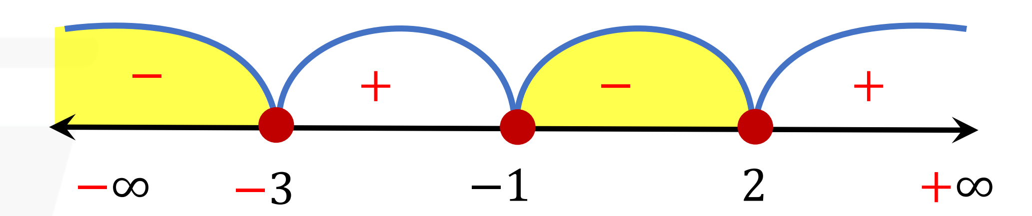
Resolución

Pasos para aplicar el método de los P.C.:

- Garantizamos que el coeficiente principal de cada uno de los factores lineales de $P(x)$ sea positivo.
- Hallamos los puntos críticos (o raíces) del polinomio $P(x)$ igualando a cero cada uno de sus factores lineales.

  Puntos críticos: $2 \;;-3\,;\,-1$

- Ubicamos los puntos críticos en la recta real y separamos por zonas.
- Colocamos los signos $(+)$ o $(-)$ en las zonas de forma alternada, empezando de derecha a izquierda con el signo $(+)$.



- Finalmente hallamos el C.S. según el siguiente criterio:

$P(x) > 0 \longrightarrow$ C. S. = zona $(+)$ y P.C. abiertos.

$P(x) \geq 0 \longrightarrow$ C. S. = zona $(+)$ y P.C. cerrados.

$P(x) < 0 \longrightarrow$ C. S. = zona $(-)$ y P.C. abiertos.

$P(x) \leq 0 \longrightarrow$ C. S. = zona $(-)$ y P.C. cerrados.

Para nuestro ejemplo, elegimos las zonas de signo $(-)$ y los extremos finitos cerrados, es decir:

$$\therefore \; C.S. = \langle -\infty; -3] \cup [-1; 2]$$



INECUACIÓN CUADRÁTICA

Su forma general es:

$$ax^2 + bx + c \gtrless 0 \qquad a \neq 0$$

Ejemplos:

- $5x^2 + 3x - 7 > 0$
- $x^2 - 10 \leq 0$

Resolución de la inecuación cuadrática

1) La inecuación cuadrática debe estar en su forma general y es conveniente que su coeficiente principal sea positivo ($a > 0$).
2) Calculamos el discriminante, según su resultado existen 3 casos.

Caso I: $(\Delta > \mathbf{0})$

Halle sus dos raíces (por factorización o fórmula general), luego aplique el criterio de los puntos críticos e indique el CS.

Aplicación 1

Resolver la inecuación

$$20x(3x-5) \geq 25 + 11x^2 + 140x$$

A) $\langle -\infty; 5] \cup [49; +\infty\rangle$
B) $\langle -\infty; -5/49] \cup [5; +\infty\rangle$
C) $[-5/49; 5]$
D) $\langle -\infty; 5/49] \cup [5; +\infty\rangle$
E) $\langle -\infty; -5] \cup [5; +\infty\rangle$

Resolución



Aplicación 2

Resolver la siguiente inecuación

$$-x^2 + 6 > -2\sqrt{2}x$$

A) $\langle -\sqrt{2}; 2\sqrt{2} \rangle$ B) $\langle \sqrt{2}; 3\sqrt{2} \rangle$ C) $\langle -\sqrt{2}; 3\sqrt{2} \rangle$

D) $\langle -\infty; -\sqrt{2} \rangle \cup \langle 3\sqrt{2}; +\infty \rangle$ E) $\langle -3\sqrt{2}; \sqrt{2} \rangle$

Resolución:

Observación

Si una inecuación cuadrática $ax^2 + bx + c \gtrless 0$ tiene como

$CS = \langle m \,; n \rangle$ o $CS = \langle -\infty; m] \cup [n; +\infty \rangle$

Entonces m y n son raíces de la cuadrática y se puede aplicar el Teorema de Cardano.

Aplicación 3:

Determine ab si la inecuación $x^2 - ax - b \geq 0$ tiene como $CS = \langle -\infty; -2] \cup [10; +\infty \rangle$

Resolución:



Caso II: $(\Delta = \mathbf{0})$

El polinomio es un trinomio cuadrado perfecto y por simple inspección se obtiene el conjunto solución.

Ejemplo

Resolver la siguiente inecuación

$$4x^2 - 12x + 9 \geq 0$$

Resolución:

$$4x^2 - 12x + 9 \geq 0$$

Notamos que su $\Delta = (-12)^2 - 4(4)(9) = 0$

Entonces la cuadrática es un TCP

$$\longrightarrow (2x - 3)^2 \geq 0$$

$$\therefore \quad CS = \mathbb{R}$$

También tenga en cuenta lo siguiente:

Si: $(2x - 3)^2 \geq 0 \longrightarrow CS = \mathbb{R}$

Si: $(2x - 3)^2 > 0 \longrightarrow CS = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$

Si: $(2x - 3)^2 \leq 0 \longrightarrow CS = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ (Solución única)

Si: $(2x - 3)^2 < 0 \longrightarrow CS = \emptyset$

Observación

Si el conjunto solución de:

$$ax^2 + bx + c \gtreqless 0 \; ; \quad a \neq 0$$

es de la forma $\{\beta\}$ o $\mathbb{R} - \{\beta\}$ entonces

$$a > 0 \quad \wedge \quad \Delta = 0$$

Además α es raíz doble del polinomio.



Aplicación

Determine el valor de $b + m$ si la inecuación

$$2x^2 - 2x + b \leq 0$$

tiene $CS = \{m\}$.

A) 6 B) 1/2 C) 4 D) 1 E) 3

Resolución:

Aplicación

Si el conjunto solución de la inecuación $x^2 - (\beta - 2)x - \frac{11}{4} > -\beta$ es $\mathbb{R} - \{\alpha\}$, halle el máximo valor de β.

A) 1 B)7 C) 4 D) 5 E) 3

Resolución:



Aplicación

Si el conjunto solución de la inecuación $\dfrac{4+x-4x^2}{x^2-x+1} \geq m$ es $\{\alpha\}$, halle el valor de $m\alpha$.

A) $-1/3$ B) $-13/3$ C) $-13/9$ D) $5/3$ E) 1





ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS







academiacesarvallejo.edu.pe